

پاسخنامه تشریحی

۱

$$9x^2 + 24x - 33 = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 + 18(3x) - 3 \times 11 = 0 \Rightarrow (3x)^2 + (11 - 3)(3x) - 3 \times 11 = 0$$

$$\Rightarrow (3x + 11)(3x - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x + 11 = 0 \rightarrow x = \frac{-11}{3} \\ 3x - 3 = 0 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۲

الف) $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (-1)^2 - 4 \times (1) \times (5) = 1 - 20 = -19 < 0 \Rightarrow$ معادله ریشه حقیقی ندارد

ب) $3x^2 - 9x = -x^2 - 2 \rightarrow 4x^2 - 9x + 2 = 0$

$$\Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = (-9)^2 - 4 \times (4) \times (2) = 81 - 32 = 49$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-(-9) + \sqrt{49}}{2(4)} = \frac{9 + 7}{8} = \boxed{2} \\ x_2 = \frac{-(-9) - \sqrt{49}}{2(4)} = \frac{9 - 7}{8} = \boxed{\frac{1}{4}} \end{cases}$$

۳

الف) برای تعیین میانه داده‌ها را مرتب کرده (از کوچک به بزرگ) چون تعداد آنها شش تا است، پس میانگین داده سوم و چهارم میانه است.

۷, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۱۹

میانه این داده‌ها ۱۸ است.

$$\bar{x} = \frac{7 + 17 + 18 + 18 + 19 + 19}{6} = \frac{98}{6} \approx 16,33$$

ب) به دلیل وجود داده دورافتاده (۷) میانه شاخص بهتری از وضع دانش آموز را بیان می‌کند.

پ) برای اینکه میانگین بیشتر از ۱۸ شود باید به جای ۷ عددی را پیدا کنیم که این امر حاصل شود. به جای آن قرار می‌دهیم؛ بنابراین باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$\frac{x + 17 + 18 + 18 + 19 + 19}{6} > 18 \Rightarrow x + 91 > 6 \times 18 \Rightarrow x > 108 - 91 \Rightarrow x > 17$$

پس دانش آموز باید در آزمون مجدد نمره بالاتر از ۱۷ کسب کند.

۴

α و β را ریشه‌های معادله درجه دوم سوال در نظر می‌گیریم؛ داریم:

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{2 + \sqrt{3}}{5} + \frac{2 - \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\alpha\beta = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{5}\right) = \frac{4 - 3}{25} = \frac{1}{25} \xrightarrow{\text{معادله باید به فرم}} x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

معادله باید به فرم $x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$ باشد

$$\times 25 \rightarrow 25x^2 - 20x + 1 = 0$$

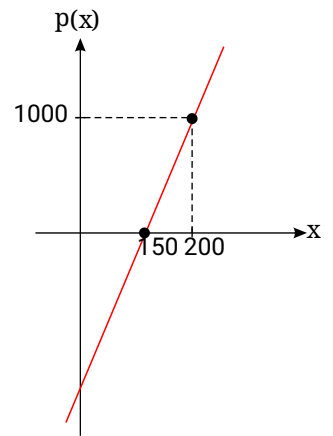
۵

پاسخ: با توجه به فرمول میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد کل داده‌ها}} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{3x - 1 + 7x + 6 + 2 - 9x}{3} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x + 7}{3}$$

$$\Rightarrow 2(x + 7) = 3 \Rightarrow 2x + 14 = 3 \Rightarrow 2x = 3 - 14 \Rightarrow 2x = -11 \Rightarrow x = \frac{-11}{2} = -5,5$$

الف) ۶



درآمد $R(x) = ۷۰x \Rightarrow$ سود $P(x) = R(x) - C(x)$

$$\Rightarrow P(x) = ۷۰x - (۳۰۰۰ + ۵۰x)$$

$$\Rightarrow P(x) = ۲۰x - ۳۰۰۰$$

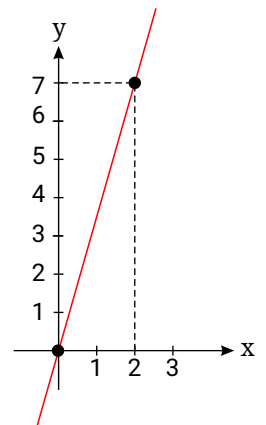
x	۱۵۰	۲۰۰
$P(x)$	۰	۱۰۰۰

(ب)

$$P(x) = ۰ \Rightarrow ۲۰x - ۳۰۰۰ = ۰ \Rightarrow ۲۰x = ۳۰۰۰ \Rightarrow x = ۱۵۰$$

پس باید حداقل یکی بیشتر از ۱۵۰۰، یعنی ۱۵۱ کالا بفروشد تا سوددهی آغاز شود.

۷



$$f(۲) = ۷$$

$$f(۰) = ۰$$

$$\Rightarrow m = \frac{۷ - ۰}{۲ - ۰} = \frac{۷}{۲}$$

$$y = mx + h \Rightarrow ۰ = ۰ + h \Rightarrow h = ۰$$

$$\Rightarrow y = \frac{۷}{۲}x \Rightarrow f(x) = \frac{۷}{۲}x$$

$$\left. \begin{array}{l} f(۰,۱) = \frac{۰,۷}{۲} \\ f(-۰,۱) = \frac{-۰,۷}{۲} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{۰,۷}{۲} - \left(\frac{-۰,۷}{۲} \right) = \frac{۰,۷}{۲} + \frac{۰,۷}{۲} = ۲ \left(\frac{۰,۷}{۲} \right) = ۰,۷$$

۸

ابتدا به کمک دو نقطه $(2, 8)$ و $(2, 5)$ ضابطه تابع خطی را به دست می آوریم:

$$\text{شیب خط: } m = \frac{8 - 5}{2 - 2} = 3, \quad f(x) = mx + h \xrightarrow{f(1)=5} 5 = 3 \times 1 + h \Rightarrow h = 5 - 3 \Rightarrow \boxed{h = 2}$$

$$\text{معادله خط: } y = f(x) = 3x + 2$$

$$\Rightarrow f(-3) = 3(-3) + 2 = -9 + 2 = -7$$

$$\Rightarrow f(5) = 3(5) + 2 = 15 + 2 = 17$$

۹

$$t = -3 \rightarrow \frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{3(-3)^2 + k}{((-3)^2 + 1)^2 - 68} \rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + k}{32}$$

$$\rightarrow \frac{27 + k}{32} - \frac{7}{8} = 0 \rightarrow \frac{27 + k - 28}{32} = 0 \rightarrow k - 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

۱۰ در صورتی f تابع است که اگر در دو زوج مرتب مؤلفه‌های اول برابر باشند، آنگاه مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند:

$$(2, x + y), (2, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

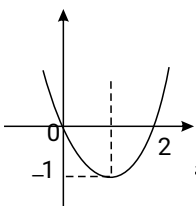
$$(5, 2), (5, x - y) \Rightarrow x - y = 2$$

$$\text{با تشکیل دستگاه} \Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{با جایگذاری در یکی از معادله‌ها} : 3 - y = 2 \Rightarrow -y = 2 - 3 = -1 \Rightarrow y = 1$$

۱۱ الف) باید هر خطی که موازی محور y ها رسم می‌کنیم نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند اما در این نمودار خطی قائم وجود دارد که در بیش از یک نقطه نمودار را قطع می‌کند و بنابراین تابع نیست.ب) تابع است، چون هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.ج) تابع است، زیرا هر خط موازی محور y ها نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می‌کند.

۱۲

چون ضریب a مثبت است پس سهمی مینیمم دارد که طول مینیمم آن $x = \frac{-b}{2a}$ یعنی $x = \frac{-(-2)}{2 \times 1} = 1$ است و به ازای $x = 1$ مقدار

$$y = 1^2 - 2 \times 1 = -1$$
 می‌شود و نمودار دارای ریشه‌های $x = 0$ و $x = 2$ است. زیرا:

$$x^2 - 2x = 0 \rightarrow x(x - 2) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$$

که این ریشه‌ها محل برخورد نمودار با محور x ها هستند. با توجه به ۳ نقطه به دست آمده نمودار را رسم می‌کنیم.

۱۳

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(k + 5) - (3k - 2)}{(3k - 2) - (k + 2)} = \frac{-2k + 7}{2k - 4} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-2k + 7}{2k - 4} = \frac{1}{2} \Rightarrow -4k + 14 = 2k - 4 \Rightarrow 6k = 18 \Rightarrow k = 3$$

۱۴ الف) مجموعه طول نقاط نمودار برابر دامنه تابع و مجموعه عرض نقاط نمودار برابر برد تابع است. $D_f : -2 \leq x \leq 2$, $R_f : 1 \leq y \leq 4$

$$\text{ب) } D_f : 1 \leq x \quad R_f : 2 \leq y$$

۱۵ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:



$$7, 9, \quad \underbrace{10, 11}, \quad 12, 12, \quad \underbrace{13}, \quad 16, 17, \quad \underbrace{17, 18}, \quad 20, 21$$

$$Q_1 = \frac{10+11}{2} = 10,5 \quad Q_2 = \text{چارک دوم} = \text{میانه} \quad Q_3 = \frac{17+18}{2} = 17,5$$

چارک اول چارک سوم

اعداد داخل جعبه : ۱۱, ۱۲, ۱۲, ۱۳, ۱۶, ۱۷, ۱۷

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 12 + 13 + 16 + 17 + 17}{7} = \frac{98}{7} = 14$$

۱۶ واریانس صفر است، پس همه داده‌ها باهم مساوی‌اند یکی از داده‌ها ۱۲ است، پس بقیه هم باید ۱۲ باشند.

$$\begin{cases} a - 1 = 12 \Rightarrow a = 13 \\ b + 6 = 12 \Rightarrow b = 6 \\ 3c = 12 \Rightarrow c = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 13 + 6 + 6 = 25$$