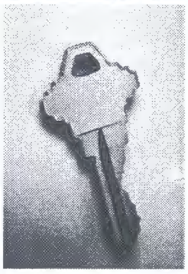
نام دبیر : آقای امام	مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴
تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۳/۲۴	دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر
رشته تحصیلی: ریاضی و فیزیک	پایانی دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۰
ساعت شروع امتحان : ۸ صبح	پاسخ نامه درس : هندسه ۲

انتشارات دبیرستان پیام غدیر



ستاد امتحانات دبیرستان پیام غدیر

۱- الف) زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن وتر و ضلع دیگر مماس بر دایره باشد.

ب) تبدیلی است که نقطه A را تحت برداری هم اندازه، هم راستا و هم جهت بردار $\vec{v}$ روی نقطه A' تصویر می‌کند. $\overrightarrow{AA'}=\vec{v}$

ج) چندضلعی که تمام اضلاع آن روی دایره مماس باشند.

د) بخشی از مساحت دایره که بین وتری از آن دایره و کمان آن وتر محدود باشد.

۲- الف) مساوی ب) $|R-R'|<d<R+R'$ ج) تمام محورهای تقارنش در یک نقطه هم‌رأس باشند. د) نقطه ثابت تبدیل

۳- الف) درست ب) درست ج) نادرست

۴- $S_{قطعه} = S_{قطاع} - S_{مثلث}$

$S_{OAB\,قطاع} = \frac{\pi R^2\alpha}{360} = \frac{\pi\times 4^2\times 60}{360} = \frac{8\pi}{3}$

$S_{OAB\,مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{4}R^2 = \frac{\sqrt{3}}{4}\times 4^2 = 4\sqrt{3}$

$\Rightarrow S_{قطعه} = \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

۵- $MT^2 = MB.MA \to y^2 = 4\times 12 = 48 \to y = 4\sqrt{3}$

$MT^2 = MD.MC \to 48 = x(x+10) \to x^2+10x-48=0 \to x = \frac{-10\pm\sqrt{10^2+4\times 48}}{2}$

$N = \frac{\widehat{AC}+\widehat{BD}}{2} \to 80 = \frac{\alpha+\beta}{2} \to \alpha+\beta = 160$

$M = \frac{\widehat{AC}-\widehat{BD}}{2} \to 20 = \frac{\alpha-\beta}{2} \to \alpha-\beta = 40$

$\to 2\alpha = 200 \to \alpha = 100$

$\to 100+\beta = 160 \to \beta = 60$

۶- الف) $AA'' = \underbrace{AH+HA'}_{=} + \underbrace{A'H'+H'A''}_{=} = 2HA' + 2A'H' = 2(\underbrace{HA'+A'H'}_{m}) = 2m$

ب) $BB'' = CC'' = 2m$ ج) انتقال د) ترکیب دو بازتاب محوری با محورهای موازی یک انتقال است

دنباله پاسخ نامه امتحان درس : هندسه ۲ رشته : یازدهم ریاضی تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۳/۲۴

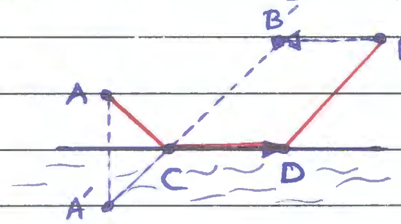
۷- الف) شهر A را نسبت به خط ساحل رودخانه بازتاب کرده و تصویر را A' می‌نامیم.

ب) شهر B را با بردار به طول ۴ کیلومتر موازی با خط ساحل رودخانه و به سمت شهر A انتقال داده و تصویر آن را B' می‌نامیم.

ج) نقاط A' و B' را به یکدیگر وصل کرده و محل تقاطع آن را با خط ساحل رودخانه نقطه C می‌نامیم.

د) نقطه C را در امتداد ساحل رودخانه و به سمت شهر B به اندازه ۴ کیلومتر انتقال داده و نقطه بدست آمده را D می‌نامیم.

مسیر ما همان مسیر ACDB می‌باشد.



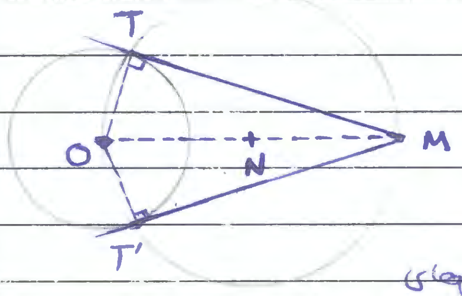
۸-

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}}=2R \to \frac{10}{\sin 60^\circ}=2R \to \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2R \to R=\frac{5}{\sqrt{3}}=\frac{5\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{BC}{\sin \hat{A}}=\frac{AC}{\sin \hat{B}} \to \frac{10}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=\frac{\frac{10\sqrt{6}}{3}}{\sin \hat{B}} \to \sin \hat{B}=\frac{10\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}\div 10=\frac{\sqrt{18}}{6}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\to \hat{B}=45^\circ$$

$$\to \hat{C}=180-(60+45)=75^\circ$$



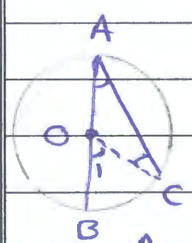
۹- الف) نقاط M و O مرکز دایره را به یکدیگر وصل کرده و نقطه وسط پاره‌خط MO را نقطه N می‌نامیم.

ب) به مرکز N و شعاع MN=ON دایره‌ای رسم کرده و محل تقاطع این دایره را با دایره C نقاط T و T' می‌نامیم.

ج) از نقاط T و T' به M وصل می‌کنیم، MT و MT' مماس‌های دایره هستند. دلیل: از T و T' به مرکز دایره C وصل می‌کنیم، داریم:

$\hat{OTM}=\hat{OT'M}=\frac{\overset{\frown}{180}}{2}=90^\circ \to$ می‌دانیم شعاع فقط بر مماس در محل تماس عمود است پس MT و MT' باید مماس‌های دایره باشند.

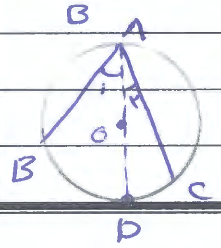
روبرو به قطر MO در دایره دوم



۱۰- سه حالت در نظر می‌گیریم. حالت اول: یک ضلع زاویه محاطی قطری از دایره است.
در این حالت از O مرکز دایره به B راس ضلع وتری زاویه وصل می‌کنیم، داریم:

$OC=OA=R \to \hat{A}=\hat{C}$ *

$$\left.\begin{array}{l}\hat{O}_1=\overset{\frown}{BC}\\ \hat{O}_1=\hat{A}+\hat{C}\overset{*}{=}2\hat{A}\end{array}\right\}\to 2\hat{A}=\overset{\frown}{BC}\to \hat{A}=\frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$



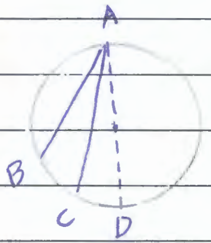
حالت دوم: مرکز دایره بین دو ضلع زاویه است: در این حالت از رأس زاویه به مرکز دایره وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند D قطع کند.

دنباله پاسخ نامه امتحان درس : هندسه ۲ رشته : یازدهم ریاضی تاریخ امتحان : ۱۴۰۱/۳/۲۴

ادامه پاسخ سؤال ۱۰

حالت سوم: مرکز دایره در یک طرف دو ضلع زاویه است، در این حالت نیز از رأس زاویه به مرکز دایره وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند D قطع کند

بنابراین در حالت دوم داریم:



$$\hat{A} = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} + \frac{\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BD}+\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

بنا بر حالت اول

و همچنین در حالت سوم داریم:

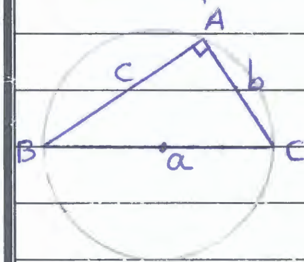
$$\hat{A} = B\hat{A}D - C\hat{A}D = \frac{\overset{\frown}{BD}}{2} - \frac{\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BD}-\overset{\frown}{DC}}{2} = \frac{\overset{\frown}{BC}}{2}$$

بنا بر حالت اول

و قضیه اثبات شد.

سؤال ۱۱) قضیه را در سه حالت زیر اثبات می‌کنیم:

حالت اول: مثلث قائم‌الزاویه است. در این حالت می‌دانیم وتر مثلث قائم‌الزاویه قطر دایره محیطی این مثلث است، بنابراین با نوشتن روابط مثلثاتی در مثلث قائم‌الزاویه خواهیم داشت:

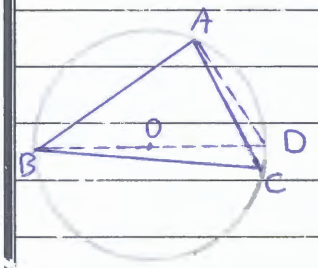


$$\frac{a}{\sin\hat{A}} = \frac{a}{\sin 90^\circ} = \frac{a}{1} = a = 2R$$

$$\frac{b}{\sin\hat{B}} = \frac{b}{\frac{b}{a}} = a = 2R \quad , \quad \frac{c}{\sin\hat{C}} = \frac{c}{\frac{c}{a}} = a = 2R$$

حالت دوم: هر سه زاویه مثلث حاده هستند. در این حالت از یکی از رئوس مثلث به مرکز دایره وصل کرده و امتداد می‌دهیم تا دایره را در نقطه‌ای مانند D قطع کند

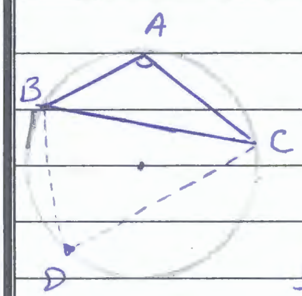
سپس از نقطه D به رأس A وصل می‌کنیم بنابراین در مثلث ABD زاویه $B\hat{A}D=90^\circ$ است و در این مثلث قائم‌الزاویه رابطه سینوس‌ها برقرار است یعنی:



$$\frac{AB}{\sin\hat{D}} = 2R$$

و به همین صورت برای دو ضلع دیگر نیز می‌توان این رابطه را نوشت.

حالت سوم: یکی از زوایای مثلث منفرجه است ($\hat{A}>90^\circ$) در این حالت نقطه دلخواهی مانند D را روی کمان روبرو به زاویه A در نظر می‌گیریم چون چهارضلعی ABDC محاطی است داریم:



$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \longrightarrow \hat{A} = 180^\circ - \hat{D} \longrightarrow \sin\hat{A} = \sin\hat{D} \quad *$$

و در مثلث BDC طبق حالت دوم داریم:

$$\frac{BC}{\sin\hat{D}} = 2R \xrightarrow{*} \frac{BC}{\sin\hat{A}} = 2R$$

و از دو زاویه دیگر حاده هستند رابطه سینوس‌ها برقرار است.