

$$2x^2 + 5x + k - 2 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow 25 - 4(2)(k - 2) = 0 \rightarrow 25 - 8k + 16 = 0$$

$$\rightarrow -8k = -41 \rightarrow k = \frac{41}{8}$$

۲ خیر؛ زیرا اگر خط l را که موازی محور l ها است رسم کنیم نمودار را در دو نقطه قطع می کند.

۳ $t = x + 2$ را در نظر می گیریم و معادله را به شکل روبه رو بازنویسی می کنیم:

$$t^2 - 4t + 3 = 0 \xrightarrow[\text{جملی مشترک}]{\text{تجزیه}} (t - 1)(t - 3) = 0 \rightarrow \begin{cases} t = 1 \rightarrow x + 2 = 1 \rightarrow x = -1 \\ t = 3 \rightarrow x + 2 = 3 \rightarrow x = 1 \end{cases}$$

۴

α و β را ریشه های معادله درجه دوم سوال در نظر می گیریم؛ داریم:

$$(x - \alpha)(x - \beta) = 0 \Rightarrow x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0$$

$$\alpha + \beta = \frac{2 + \sqrt{3}}{5} + \frac{2 - \sqrt{3}}{5} = \frac{4}{5}$$

$$\alpha\beta = \left(\frac{2 + \sqrt{3}}{5}\right)\left(\frac{2 - \sqrt{3}}{5}\right) = \frac{4 - 3}{25} = \frac{1}{25} \xrightarrow[\text{معادله باید به فرم } x^2 - (\alpha + \beta)x + \alpha\beta = 0]{\text{معادله باید به فرم}} x^2 - \frac{4}{5}x + \frac{1}{25} = 0$$

$$\xrightarrow{\times 25} 25x^2 - 20x + 1 = 0$$

۵

برای اینکه رابطه f تابع باشد باید زوج مرتب ها عضو اول تکراری نداشته باشند. اگر در دو زوج مرتب عضو اول تکراری باشند باید عضوهای دوم هم تکراری باشند. پس داریم:

$$f = \{(2, x + y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, 2x - 4y)\}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 4y = 16 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases} \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

$$\xrightarrow{x=3} y = 1$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = 9 + 1 = 10$$

$$\Rightarrow f = \{(2, 4), (5, 2), (3, 4)\}$$

۶

$$t = -3 \rightarrow \frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{3(-3)^2 + k}{((-3)^2 + 1)^2 - 68} \rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + k}{32}$$

$$\rightarrow \frac{27 + k}{32} - \frac{7}{8} = 0 \rightarrow \frac{27 + k - 28}{32} = 0 \rightarrow k - 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

۷ عدد زوج اول و $k + 2$ عدد زوج دوم است.

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{k + 2} = \frac{5}{12} \rightarrow \frac{1}{k} + \frac{1}{k + 2} - \frac{5}{12} = 0$$

$$\rightarrow \frac{1 \times 12(k + 2)}{k \times 12(k + 2)} + \frac{1 \times 12k}{(k + 2) \times 12k} - \frac{5 \times k(k + 2)}{12 \times k(k + 2)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{12k + 24 + 12k - 5k^2 - 10k}{12k(k + 2)} = 0 \rightarrow -5k^2 + 14k + 24 = 0$$

معادله 2 ریشه دارد. $\Delta = 14^2 - 4(-5)(24) = 676 > 0$

$$k = \frac{-14 \pm \sqrt{676}}{-10} \rightarrow \begin{cases} k = 4 \rightarrow \text{دو عدد طبیعی متوالی : } 4, 4 + 2 = 6 \\ k = -\frac{6}{5} \rightarrow \text{غ.ق.ق.} \end{cases}$$

مساحت مثلث = مساحت مستطیل

$$\text{مساحت مستطیل} \Rightarrow (3x + 2)(x + 1) = 3x^2 + 3x + 2x + 2 = 3x^2 + 5x + 2$$

$$\text{مساحت مثلث} \Rightarrow \frac{1}{2}(3x + 6)(2x) = 3x^2 + 6x$$

$$3x^2 + 5x + 2 = 3x^2 + 6x \Rightarrow 3x^2 + 5x + 2 - 3x^2 - 6x = 0 \rightarrow -x = -2 \rightarrow \boxed{x = 2}$$

$$\text{طول مستطیل} = 3x + 2 = 3 \times 2 + 2 = 8$$

$$\text{عرض مستطیل} = x + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$2x^2 - 3x - 5 = 0 \rightarrow \Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{+3 \pm \sqrt{49}}{4} = \begin{cases} \frac{+3+7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} \\ \frac{+3-7}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{5}{2} \times (-1) = -\frac{5}{2}$$

۱۰ ابتدا باید ضریب x^2 را برابر یک کنیم:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \xrightarrow{\div 2}$$

$$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2} \xrightarrow{\text{مجنور نصف ضریب } x} x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$$

را به دو طرف اضافه می‌کنیم

$$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{5}{2} = \frac{9+40}{16} = \frac{49}{16} \rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16} \xrightarrow{\text{جذر می‌گیریم}} x + \frac{3}{4} = \pm \frac{7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = 1 \\ x = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{2} \end{cases}$$

۱۱ دو زوج مرتب برابرند اگر مؤلفه‌ها نظیر به نظیر برابر باشند.

اولی: $3x + 2 = 5x + 6 \Rightarrow 2x = -4 \Rightarrow x = -2$

دومی: $6y + 4 = 7y - 8 \Rightarrow y = 12$

الف $C(x) = 4000 + 200x$ هزینه تولید + هزینه ثابت

ب $14000 = 4000 + 200x \Rightarrow 10000 = 200x \Rightarrow \boxed{x = 50}$

الف

$$\frac{x^2 - 2x + 2}{x^2 - 2x} - \frac{1+x}{x} - \frac{x-1}{x-2} = 0$$

مخرج مشترک می‌گیریم.

$$\frac{(x^2 - 2x + 2) \times 1}{x(x-2)} - \frac{(1+x) \times (x-2)}{x \times (x-2)} - \frac{(x-1) \times x}{(x-2) \times x} = 0$$

$$\frac{x^2 - 2x + 2 - x^2 + x + 2 - x^2 + x}{x(x-2)} = 0 \rightarrow \frac{-x^2 + 4}{x(x-2)} = 0 \rightarrow -x^2 + 4 = 0$$

$$\rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow x = -2 \text{ یا } x = +2$$

$x = 2$ ریشهٔ مخرج است پس قابل قبول نیست ولی $x = -2$ ریشهٔ مخرج نیست پس قابل قبول است.

ب

$$\frac{11}{x^2 - 4} + \frac{x+3}{2-x} = \frac{2x-3}{x+2} \rightarrow \frac{11}{(x-2)(x+2)} - \frac{x+3}{(x-2)} - \frac{(2x-3)}{(x+2)} = 0$$

$$\rightarrow \frac{11 - x^2 - 5x - 6 - 2x^2 + 4x + 3x - 6}{(x-2)(x+2)} = 0 \rightarrow \frac{-3x^2 + 2x - 1}{(x-2)(x+2)} = 0$$

$$\rightarrow -3x^2 + 2x - 1 = 0 \rightarrow \Delta = 2^2 - 4(-3)(-1) = 4 - 12 = -8 \rightarrow \Delta = -8 < 0$$

پس معادله جواب ندارد.

الف نادرست، زیرا ممکن است یک نفر به بیشتر از یک کتاب علاقه‌مند باشد.

ب نادرست

پ نادرست، $P(x) = R(x) - C(x)$

ت نادرست

۱۵

الف ریشه مضاعف

ب $\frac{-b}{a}$ است.

پ (قیمت هر کالا) \times (تعداد فروش هر کالا)

