نام دبیر : آقای امام
تاریخ امتحان :
رشته تحصیلی: ریاضی فیزیک
هندسه ۲ یازدهم
ساعت شروع امتحان : ۸ صبح

مدیریت آموزش و پرورش منطقه ۱۴
دبیرستان غیر دولتی پسرانه پیام غدیر
پایانی اول ۱۴۰۲-۱۴۰۱
پاسخ نامه درس : هندسه ۲

ستاد امتحانات
دبیرستان پیام غدیر

انتشارات
دبیرستان پیام غدیر

۱- الف) قطاع ب) محاطی ج) مساویند د) عمود - موازی — هر قسمت ۰/۲۵
ه) دوران °۱۸۰ - بازتاب مرکزی - تجانس با $K=-1$ و) انتقال - دوران

۲- الف) نادرست ب) نادرست ج) نادرست د) نادرست ه) نادرست و) درست

۳- الف) زاویه‌ای که رأس آن روی محیط دایره، یک ضلع آن وتر و ضلع دیگرش مماس بر دایره باشد.
ب) نقطه‌ای که تحت تبدیل با هر ضابطه‌ای روی خودش تصویر شود.
ج) انتقال هر نقطه مانند A را روی نقطه‌ای مانند A' و تحت برداری مانند $\vec{V}$ تصویر می‌کند، بطوری که پاره خط AA' مساوی، موازی و هم جهت بردار $\vec{V}$ باشد.
د) پاره خطی است که همزمان بر دو دایره C و C' مماس بوده و از میان آن دو عبور کند.

۴-
$L=\frac{\pi R\alpha}{180}=\frac{3\times10\times90}{180}=15\,cm$ (۰/۲۵)

$S_{قطاع}=\frac{\pi R^2\alpha}{360}=\frac{3\times10^2\times90}{360}=\frac{300}{4}=75$ (۰/۲۵)

$S_{مثلث}=\frac{1}{2}\times10\times10=50$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow S_{قطعه}=75-50=25$ (۰/۲۵)

۵- الف)
$\hat{N}=\frac{\hat{x}+\hat{y}}{2}\to 55=\frac{\hat{x}+\hat{y}}{2}\to \hat{x}+\hat{y}=110$ (۰/۲۵)

$\hat{M}=\frac{\hat{x}-\hat{y}}{2}\to 25=\frac{\hat{x}-\hat{y}}{2}\to \hat{x}-\hat{y}=50$ (۰/۲۵)

$\to 2x=160$
$x=80$ (۰/۲۵) $\to 80+\hat{y}=110\to y=30$ (۰/۲۵)

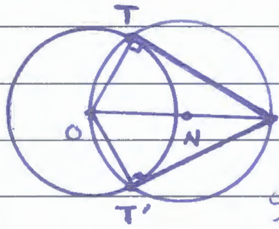
ب)
$AN\times BN=CN\times DN\to 9x=45\to x=5$ (۰/۵) (۰/۵)

$MT^2=MA\times MB\to(2\sqrt{30})^2=y(y+14)\to y^2+14y-120=0$ $\to y=-20$ ✗ , $y=6$ ✓

۶- مراحل رسم:
۱- از نقطه M به مرکز دایره C وصل می‌کنیم و وسط آن را N می‌نامیم. — مراحل رسم ① نمره
۲- به مرکز N و شعاع $ON=MN$ دایره‌ای رسم کرده و آن را C' می‌نامیم.
۳- از نقطه M به محل تقاطع دو دایره C و C' (نقاط ۳ و ۲) وصل می‌کنیم MT و MT' مماس‌های دایره C هستند چرا؟

دنباله پاسخ نامه امتحان درس : هندسه ۲ رشته : یازدهم ریاضی تاریخ امتحان : ص ۲

ادامه سؤال ۶.



اثبات (۰/۲۵) نمره $\hat{OTM} = \frac{\widehat{OM}}{2} = \frac{180}{2} = 90^\circ$

پس شعاع OT در نقطه T بر پاره‌خط MT عمود شده است

یعنی MT باید مماس بر دایره رسم شده بر دایره C باشد.

شکل صحیح (۰/۵) نمره

سؤال ۷.

دو دایره مماس درون $\rightarrow d = R - R' \rightarrow R - R' = 2$ * (۰/۲۵)

$S - S' = 16\pi \rightarrow \pi R^2 - \pi R'^2 = 16\pi \rightarrow R^2 - R'^2 = 16 \rightarrow (R+R')(R-R') = 16$ * (۰/۲۵)

$(R+R') \times 2 = 16 \rightarrow R+R' = 8$ (۰/۲۵)

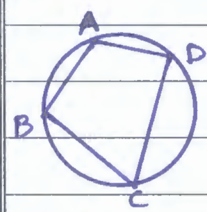
$\rightarrow \begin{cases} R+R' = 8 \\ R-R' = 2 \end{cases} \rightarrow 2R = 10 \rightarrow \boxed{R=5} \rightarrow 5 + R' = 8 \rightarrow \boxed{R' = 3}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

سؤال ۸.

طول ضلع n ضلعی محاطی $AB = 2r \sin\frac{180}{n} = 2\times 10 \times \sin 30 = 2 \times 10 \times \frac{1}{2} = 10$ فرمول ۰/۵ جواب ۰/۲۵

طول ضلع n ضلعی محیطی $CD = 2r \tan\frac{180}{n} = 2 \times 10 \times \tan 30 = 2 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{20\sqrt{3}}{3}$ فرمول ۰/۵ جواب ۰/۲۵

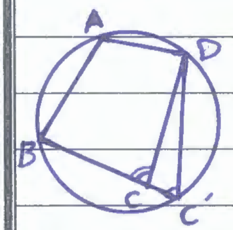
سؤال ۹ - رفت قضیه: فرض: ABCD چهارضلعی محاطی و حکم: $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180$



$\hat{A} = \frac{\widehat{BCD}}{2}$, $\hat{C} = \frac{\widehat{BAD}}{2} \Rightarrow \hat{A} + \hat{C} = \frac{\widehat{BCD}}{2} + \frac{\widehat{BAD}}{2} = \frac{\widehat{BCD} + \widehat{BAD}}{2} = \frac{360}{2} = 180^\circ$

به همین ترتیب ثابت می‌شود $\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ یعنی هر دو زاویه روبرو مکمل‌اند

رفت قضیه ۱ نمره



برگشت قضیه: برگشت قضیه: فرض: ABCD چهارضلعی و $\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$ حکم: ABCD محاطی

می‌دانیم از هر سه نقطه غیر واقع بر یک امتداد (مثلث) یک دایره می‌گذرد، پس از نقاط A و B و D یک دایره می‌گذرانیم، اگر دایره از نقطه C عبور کند که حکم ثابت شده است، اگر عبور نکند (برهان خلف) آنگاه ضلع BC یا امتداد آن را در نقطه‌ای مانند C' قطع خواهد کرد (تفاوتی نمی‌کند) آنگاه خواهیم داشت:

طبق فرض قضیه برگشت $\rightarrow \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$

طبق برهان خلف $\rightarrow \hat{A} + \hat{C'} = 180^\circ$

$\rightarrow \cancel{\hat{A}} + \hat{C} = \cancel{\hat{A}} + \hat{C'} \rightarrow \hat{C} = \hat{C'}$

و نتیجه رفت قضیه

و این نتیجه امکان پذیر نیست

زیرا $\hat{C}$ زاویه خارجی غیر مجاور زاویه C' است و از آن بزرگتر است.

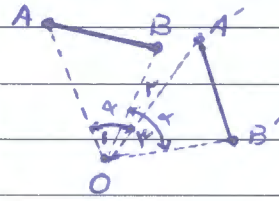
برگشت قضیه ۱ نمره

لذا دایره رسم شده باید از نقطه C نیز عبور کند یعنی چهارضلعی ABCD محاطی است.

دنباله پاسخ نامه امتحان درس : هندسه ۲ رشته : یازدهم ریاضی تاریخ امتحان : ۳/۱۴

۱۰- برای اثبات این قضیه چهار حالت زیر را در نظر می‌گیریم — اثبات هر حالت ۰/۲۵ نمره

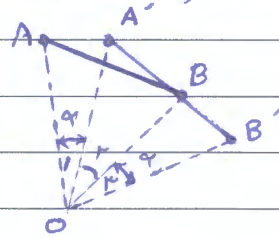
حالت اول: مرکز دوران بر پاره خط AB یا امتداد آن واقع نشده باشد و زاویه دوران از زاویه AOB بیشتر باشد. در این حالت با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$\hat O_1+\hat O_2=\hat O_2+\hat O_3=\alpha \to \hat O_1=\hat O_3$

و همچنین بر اساس تعریف دوران و ثابت بودن اندازه بازوی دوران داریم: $OA=OA'$ ، $OB=OB'$ $\to \triangle OAB \cong \triangle OA'B' \to AB=A'B'$

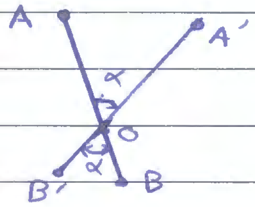
حالت دوم: مرکز دوران بر پاره خط AB یا امتداد آن واقع نشده باشد و زاویه دوران از زاویه AOB کمتر باشد. در این حالت با توجه به شکل می‌توان نوشت:



$\hat O_1=\hat O_3=\alpha \to \hat O_1+\hat O_2=\hat O_2+\hat O_3$

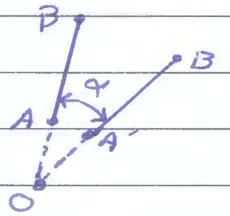
همچنین داریم: $OA=OA'$ ، $OB=OB'$ $\to \triangle OAB \cong \triangle OA'B' \to AB=A'B'$

حالت سوم: مرکز دوران بر خود پاره خط AB واقع شده است:



بر اساس تعریف دوران و ثابت بودن بازوی دوران: $OA=OA'$ ، $OB=OB'$ $\to OA+OB=OA'+OB' \to AB=A'B'$

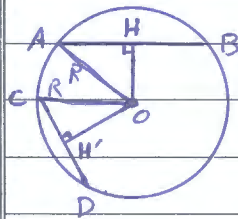
حالت چهارم: مرکز دوران بر امتداد پاره خط AB واقع شده است:



بر اساس تعریف دوران و ثابت بودن طول بازوی دوران: $OB=OB'$ ، $OA=OA'$ $\to OB-OA=OB'-OA' \to AB=A'B'$

سوال ۱۱: حکم: $AB>CD$ — فرض: $OH'>OH$

مثلث‌های قائم‌الزاویه OAH و OCH' را در نظر می‌گیریم و در آن قضیه فیثاغورس را می‌نویسیم:

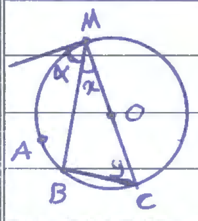


$OA^2=R^2=OH^2+AH^2$
$OC^2=R^2=OH'^2+CH'^2$
$\to OH^2+AH^2=OH'^2+CH'^2$

از طرفی $OH'>OH \to OH'^2>OH^2 \to AH^2>CH'^2 \to AH>CH'$

$\to 2\times AH>2\times CH' \to AB>CD$ — اثبات کامل صحیح ۱ نمره

سوال ۱۲: می‌خواهیم ثابت کنیم اندازه زاویه ظلی برابر نصف کمان MAB است. برای اثبات ابتدا از رأس M قطر دایره را رسم می‌کنیم، زاویه B زاویه محاطی روبه‌رو به قطر است یعنی $\hat B=\frac{180}{2}=90^\circ$



$\to \hat x+\hat y=90^\circ \xrightarrow[\text{بر خط مماس عمود است}]{\text{شعاع در نقطه تماس}} \hat x+\hat\alpha=90^\circ \to \hat\alpha=\hat y \xrightarrow[\text{برابر نصف کمان MAB}]{\text{محاطی}\ \hat y} \hat\alpha=\frac{\widehat{MAB}}{2}$

اثبات کامل صحیح ۱ نمره