

## پاسخنامه تشریحی

۱

**الف** ریشه مضاعف

**ب**  $\frac{-b}{a}$  است.

**پ** (قیمت هر کالا)  $\times$  (تعداد فروش هر کالا)

۲ خیر؛ زیرا اگر خط  $l$  را که موازی محور  $l$ ها است رسم کنیم نمودار را در دو نقطه قطع می‌کند.

۳ مساحت دایره (قسمت ت)

۴ الف) برای تعیین میانه داده‌ها را مرتب کرده (از کوچک به بزرگ) چون تعداد آنها شش‌تاست، پس میانگین داده سوم و چهارم میانه است.

۷, ۱۷, ۱۸, ۱۸, ۱۹, ۱۹

میانه این داده‌ها ۱۸ است. 
$$\bar{x} = \frac{7 + 17 + 18 + 18 + 19 + 19}{6} = \frac{98}{6} \approx 16.33$$

ب) به دلیل وجود داده دورافتاده (۷) میانه شاخص بهتری از وضع دانش‌آموز را بیان می‌کند.

پ) برای اینکه میانگین بیشتر از ۱۸ شود باید به جای ۷ عددی را پیدا کنیم که این امر حاصل شود. به جای آن  $x$  قرار می‌دهیم؛ بنابراین باید نامعادله زیر را حل کنیم.

$$\frac{x + 17 + 18 + 18 + 19 + 19}{6} > 18 \Rightarrow x + 91 > 6 \times 18 \Rightarrow x > 108 - 91 \Rightarrow x > 17$$

پس دانش‌آموز باید در آزمون مجدد نمره بالاتر از ۱۷ کسب کند.

۵ واریانس صفر است، پس همه داده‌ها باهم مساوی هستند یکی از داده‌ها ۱۲ است، پس بقیه هم باید ۱۲ باشند.

$$\begin{cases} a - 1 = 12 \Rightarrow a = 13 \\ b + 6 = 12 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow a + b + c = 13 + 6 + 6 = 25 \\ 3c = 12 \Rightarrow c = 4 \end{cases}$$

۶

پ) اسمی  
ج) نسبتی

ب) فاصله‌ای  
ث) نسبتی

الف) نسبتی  
ت) ترتیبی

۷

$$t = -3 \rightarrow \frac{4 - (-3)}{2 - 2(-3)} = \frac{3(-3)^2 + k}{((-3)^2 + 1)^2 - 68} \rightarrow \frac{7}{8} = \frac{27 + k}{32}$$

$$\rightarrow \frac{27 + k}{32} - \frac{7}{8} = 0 \rightarrow \frac{27 + k - 28}{32} = 0 \rightarrow k - 1 = 0 \rightarrow k = 1$$

۸

خط شیب:  $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow m = \frac{4 - 1}{2 - 1} = 3$

$f(x) = mx + n \xrightarrow[m=3]{f(1)=1} 1 = 3 \times 1 + n \Rightarrow n = 1 - 3 \Rightarrow n = -2$

$\Rightarrow f(x) = 3x - 2$

۹ ابتدا باید ضریب  $x^2$  را برابر یک کنیم:

$$2x^2 + 3x - 5 = 0 \xrightarrow{\div 2}$$

$x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x = \frac{5}{2}$  مجذور نصف ضریب  $x$  را به دو طرف اضافه می‌کنیم  $\rightarrow x^2 + \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{5}{2} + \left(\frac{3}{4}\right)^2$

$\left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{9}{16} + \frac{5}{2} = \frac{9 + 40}{16} = \frac{49}{16} \rightarrow \left(x + \frac{3}{4}\right)^2 = \frac{49}{16}$  جذر می‌گیریم  $\rightarrow x + \frac{3}{4} = \pm \frac{7}{4} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{4} - \frac{3}{4} = 1 \\ x = -\frac{7}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{5}{2} \end{cases}$



۱۰ ابتدا هریک از ضرایب معادله را تعیین می‌کنیم.

$$\begin{cases} a = 7 \\ b = -4 \\ c = -3 \end{cases}$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \rightarrow \Delta = 16 - 4(7)(-3) = 16 + 84 = 100$$

چون  $\Delta > 0$  بنابراین معادله دو ریشه دارد.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow x_{1,2} = \frac{-(-4) \pm \sqrt{100}}{2(7)} = \begin{cases} x_1 = \frac{4+10}{14} = \frac{14}{14} = 1 \\ x_2 = \frac{4-10}{14} = \frac{-6}{14} = -\frac{3}{7} \end{cases}$$

۱۱

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{(k+5) - (3k-2)}{(3k-2) - (k+2)} = \frac{-2k+7}{2k-4} \rightarrow m = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{-2k+7}{2k+4} = \frac{1}{2} \Rightarrow -4k+14 = 2k-4 \Rightarrow 6k = 18 \Rightarrow k = 3$$

۱۲ ابتدا  $a$  را بر حسب  $x$  به دست می‌آوریم:

$$2x + a = 100 \rightarrow a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) \Rightarrow y = 100x - 2x^2 \Rightarrow y = -2x^2 + 100x$$

ماکسیم مقدار در رأس تابع درجه دوم اتفاق می‌افتد.

$$x \text{ رأس سهمی} = \frac{-b}{2a} = \frac{-100}{2(-2)} \Rightarrow \boxed{x = 25} \Rightarrow a = 100 - 2(25) \Rightarrow \boxed{a = 50}$$

$$\Rightarrow y_{\max} = x \times a = 25 \times 50 = 1250$$

۱۳ در صورتی  $f$  تابع است که اگر در دو زوج مرتب مؤلفه‌های اول برابر باشند، آنگاه مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند:

$$(2, x+y), (2, 4) \Rightarrow x+y = 4$$

$$(5, 2), (5, x-y) \Rightarrow x-y = 2$$

$$\text{دستگاه} \Rightarrow \begin{cases} x+y = 4 \\ x-y = 2 \end{cases} \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{با جایگذاری در یکی از معادله‌ها} \quad 3 - y = 2 \Rightarrow -y = 2 - 3 = -1 \Rightarrow y = 1$$

۱۴ ابتدا تعداد کل و سپس درصد افراد سفیدپوست را به دست می‌آوریم که این درصد برابر با درصد مساحت متناظر با سفیدپوست در نمودار دایره‌ای است.

$$N = 24 + 10 + 13 + 13 = 60 \Rightarrow \text{درصد مساحت} = \frac{f}{N} \times 100 = \frac{10}{60} \times 100 = \frac{100}{6} = \frac{50}{3} \approx 16,7$$

۱۵

$$\text{الف هزینه کل (C(x)) = هزینه تولید + هزینه ثابت} \rightarrow \boxed{C(x) = 4000 + 200x}$$

$$\text{ب) } 14000 = 4000 + 200x \rightarrow 10000 = 200x \rightarrow \boxed{x = 50}$$

۱۶ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$7, 9, \quad \underbrace{10, 11}, \quad 12, 12, \quad \underbrace{13}, \quad 16, 17, \quad \underbrace{17, 18}, \quad 20, 21$$

$$Q_1 = \frac{10+11}{2} = 10,5 \quad \text{میانۀ} \quad Q_2 = \text{چهارک دوم} \quad Q_3 = \frac{17+18}{2} = 17,5$$

چهارک اول

چهارک سوم

اعداد داخل جعبه: 11, 12, 12, 13, 16, 17, 17

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 12 + 13 + 16 + 17 + 17}{7} = \frac{98}{7} = 14$$