

کلید آزمون ریاضیات گسسته / پایه دوازدهم رشته ریاضی

بارم	شماره سوال	پاسخ
	۱	الف) نادرست ب) درست ج) نادرست ت) درست
	۲	الف) ۱۵ ب) هجده ج) ۴ ت) ۵k+4
	۳	الف) نادرست ب) درست ج) نادرست ت) درست
	۴	الف) نادرست ب) درست ج) نادرست ت) درست

۵) از اشیاء به رنگ سفید استفاده می‌کنیم. فرض کنیم $\alpha + 2\beta$ گویاست (فرض کنید) و برابر عدد گویای ۲ می‌باشد.

$$\alpha + 2\beta = 2 \rightarrow \alpha + \beta + \beta = 2$$

$$\rightarrow \beta = 2 - (\alpha + \beta)$$

عبارت $2 - (\alpha + \beta)$ همواره گویاست و در β طبق فرض ما گویاست که به تناقض رسیدیم. بنابراین فرض خلاف باطن و حکم ما برقرار می‌باشد.

۶) $a|b \rightarrow b = aq \xrightarrow{xm} mb = amq$

۷) $a|c \rightarrow c = aq' \xrightarrow{xn} nc = anq'$

از ۶ و ۷

$$\Rightarrow mb \pm nc = amq \pm anq'$$

$$\rightarrow mb \pm nc = a(mq \pm nq')$$

$$\rightarrow mb \pm nc = aq'' \rightarrow a|mb \pm nc$$

$d|4m+5 \rightarrow d|44m+55$ (۴m+5, 11m+9) = d (۷)

$d|11m+9 \rightarrow d|44m+52$ (۸)

از ۷ و ۸ $d|44m+55-44m-52$

$$\rightarrow d|3 \rightarrow d=1$$

بنابراین در عدد $2m+5$ و $11m+9$ نیز به هم اول هستند.

۳) $a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$

$$\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 2ab + b^2) + (a^2 - 2ac + c^2) + (b^2 - 2bc + c^2) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0$$

به یک عبارت همواره درست رسیدیم. با این روش نیز بر این روابط، عبارت داده شده همواره برقرار است.

۴) هر عدد صحیح به یکی از ۴ فرم زیر می‌باشد:

$a = 4k, a = 4k+1, a = 4k+2, a = 4k+3$

در حالت‌های $a = 4k+2, a = 4k$ عدد زوج است.

در حالت‌های $a = 4k+3, a = 4k+1$ عدد فرد است.

$a = 4k+1 \rightarrow a^2 = (4k+1)^2 \rightarrow a^2 = 16k^2 + 8k + 1$

$$\rightarrow a^2 = 8(2k^2 + k) + 1 \rightarrow a^2 = 8q + 1$$

$a = 4k+3 \rightarrow a^2 = (4k+3)^2 \rightarrow a^2 = 16k^2 + 24k + 9$

$$\rightarrow a^2 = 8(2k^2 + 3k + 1) + 1 \rightarrow a^2 = 8q + 1$$

$$\Rightarrow v - v \equiv 0$$

$$13 \equiv 2 \pmod{19} \quad 19 \equiv 1 \pmod{19}$$

$$(2^3 + 1) \times v \equiv 11$$

$$(17) \times v \equiv 11 \pmod{19}$$

$$\equiv 4 \times v$$

$$\equiv 4$$

$$18m + 18y = 1 \quad (11)$$

$$\frac{1}{18} (18m + 18y) = \frac{1}{18}$$

$$(v, 9) \mid 18 \quad \checkmark$$

$$9y \equiv 18 \pmod{19} \Rightarrow 2y \equiv 2 \pmod{19}$$

$$y \equiv 1 \pmod{19}$$

$$\text{دست } 1 - 18 = 8$$

$$vm + 9(vq - 1) = 18$$

$$\Rightarrow vm = -v(9q) + 18$$

$$\Rightarrow m = -9q + 2 \quad q \in \mathbb{Z}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} m = -9q + 2 \\ 1 - 18 = 8 \end{array} \right. \quad q \in \mathbb{Z}$$

~~$$m \equiv 11 \pmod{19} \Rightarrow m = 19q + 11$$~~

~~$$n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow n = 19q + 7$$~~

~~$$\Rightarrow 3m - 7n = 19(3q) + 33 - 19(7q) - 49$$~~
~~$$= 19(\dots)$$~~

$$\textcircled{1} m \equiv 11 \pmod{19} \Rightarrow 3m \equiv 33 \equiv 14 \pmod{19}$$

$$n \equiv 7 \pmod{19} \Rightarrow 7n \equiv 49 \equiv 11 \pmod{19}$$

$$\Rightarrow 3m - 7n \equiv 14 - 11 \equiv 3 \pmod{19}$$

بدرستی مسئله را بررسی کنید.

در این مسئله، ما داریم که $3m - 7n \equiv 3 \pmod{19}$ و می‌خواهیم m و n را پیدا کنیم. برای این کار، می‌توانیم از روش گسسته‌سازی اقلیت استفاده کنیم.

$$3m \equiv 10 \pmod{19} \Rightarrow m \equiv 7 \pmod{19}$$

$$3 \times 7 = 21 \equiv 2 \pmod{19}$$

$$27 \equiv -1 \pmod{19}$$

$$9 \equiv 2 \pmod{19}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

$$\textcircled{1} \text{ الف) } 23 \equiv 4 \pmod{19} \Rightarrow 2(23) \equiv 46 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$18 \times 7 \equiv 126 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$= 1 \pmod{19} \quad (23)$$

$$\textcircled{2} 23 \equiv 4 \pmod{19} \Rightarrow 23 \times 2 \equiv 46 \equiv 7 \pmod{19}$$

$$18 \times 7 \equiv 126 \equiv 13 \pmod{19}$$

$$18 \times 7 \equiv 126 \equiv 13 \pmod{19}$$

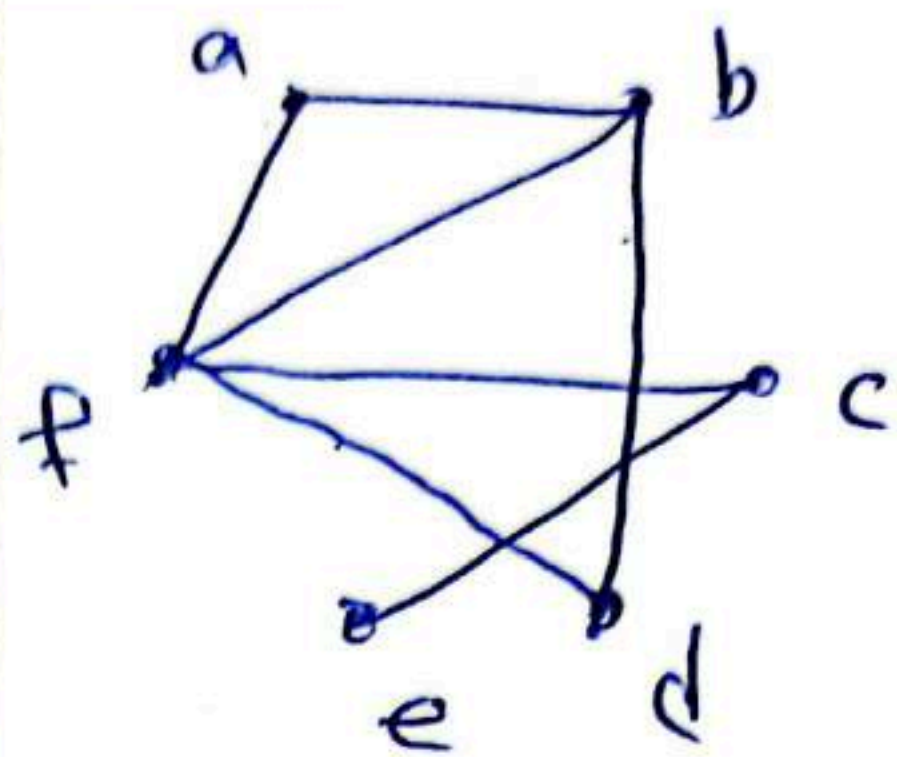
$$\textcircled{3} 18 \times 7 \equiv 126 \equiv 13 \pmod{19}$$

بارم

شماره سوال

۱۲

(الف)



(ب)

$\Delta = ۳$

$S = ۱$

$N_G(b) = \{a, p, d\}$

$abpa$

$brdb$

$q(a) = ۷$, $p = ۴$

$q(p) = \frac{۴ \times ۵}{۲} = ۱۰$

$\Rightarrow ۱۰ - ۷ = ۳$

~~$a + e$ مرتب است زیرا $a + e$ مرتب است~~

~~$a + e$ مرتب است زیرا $a + e$ مرتب است~~

$\Rightarrow a^2$

۱۷-

$q = \frac{۲p}{۲}$

فرض: $۵p - q = ۱۵$

$\Rightarrow ۵p - \frac{۲p}{۲} = ۱۵$

$\Rightarrow \frac{۳p}{۲} = ۱۵ \rightarrow p = ۱۰$

$q = ۳۵$

۱۸- (الف) ۳

(ب) ۸

$S = ۱$

$\Delta = ۴$